

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

МиКМ

проф. А.В. Ковалев  
29.05.2023г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.В.02 Теория случайных процессов

**1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**

01.03.03 Механика и математическое моделирование

**2. Профиль подготовки/специализации:** Компьютерный инжиниринг в механике сплошных сред

**3. Квалификация (степень) выпускника:** Бакалавр

**4. Форма образования:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Механики и компьютерного моделирование

**6. Составители программы:**

Иванищева Ольга Ивановна к. ф. м. н., доцент, факультет ПММ, кафедра МиКМ, [E-mail: ivan@amm.vsu.ru](mailto:ivan@amm.vsu.ru)

**7. Рекомендована:** НМС факультета ПММ протокол №7 от 26.05.2023.

**8. Учебный год:** 2025 - 2026

**Семестр(-ы):** 5

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

*Цель изучения дисциплины:* Овладеть аппаратом теории случайных функций для построения и исследования моделей механики сплошных сред.

*Задачи учебной дисциплины:* изучение студентами основ случайных процессов с целью применения их при решении прикладных задач; владение методами и современных подходов в теории случайных функций, способностью проводить оценку возможных рисков.

В результате изучения курса студенты должны приобрести знания, которые помогут решать проблемы, возникающие при исследованиях в области механики и математического моделирования.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Учебная дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части Блока 1.

. Для освоения дисциплины необходимы знания дисциплин: теория вероятностей и математическая статистика, математический анализ, алгебра, дифференциальные уравнения. Освоение дисциплины позволит в дальнейшем изучать дисциплины: физико-механический практикум и вычислительный эксперимент, математические модели в механике сплошной среды, лабораторный практикум, а также специальные курсы по профилю подготовки.

## 11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Проводит первичный анализ и обобщение отечественного и международного опыта в соответствующей области исследований под руководством специалиста более высокой квалификации	ПК-1.2	Знает основные положения теории случайных функций и владеет основами теории стационарных, гауссовских и марковских процессов	Знать: основные положения теории случайных функций и ее прикладные возможности. Уметь: проводить первичный анализ накопленного отечественного и международного научного материала для построения и анализа моделей со случайными параметрами Владеть: основами методов теории стационарных, гауссовских и марковских процессов для решения прикладных задач.

ПК-5	Накапливает и систематизирует знания о методах расчетных исследований напряженно-деформированного состояния тел (стержни, пластины, оболочки), прочности; основах компьютерного инжиниринга и виртуального моделирования проблем механики сплошных сред.	ПК-5.1	Способен систематизировать и накапливать знания в стохастического анализа и анализировать применимости разделов курса для решения задач.	<p>Знать: прикладные возможности использования теории случайных функций в области построения и исследования математических моделей механики.</p> <p>Уметь: систематизировать и накапливать знания в области стохастического анализа с возможностью построения моделей со случайными параметрами.</p> <p>Владеть: умением анализа применимости разделов курса для решения прикладных задач виртуального моделирования.</p>

## 12. Структура и содержание учебной дисциплины:

Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом – 2/72.

Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен) Зачет.

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			5	6
Контактная работа		32	32	
В том числе:	лекции	16	16	
	практические	16	16	
	лабораторные			

Самостоятельная работа	40	40	
Промежуточная аттестация (для экзамена)			
Итого:	72	72	

#### 13 Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		5
Аудиторные занятия	32	32
в том числе:		
лекции	16	16
практические	16	16
лабораторные		
самостоятельная работа	40	40
контроль		
Форма промежуточной аттестации	зачет	зачет
Итого:	72	72

#### 13.1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью он-лайн курса
1	Основные понятия теории случайных процессов	Определение случайного процесса. Законы распределения и моменты случайных функций. Основные классы случайных процессов. Условное математическое ожидание и условная вероятность.	ТСП_1 course/view.php?id=6579

2	Элементы стохастического анализа	Сходимость случайных процессов. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость случайных процессов	
3	Стационарные случайные процессы	Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.	
4	Марковские процессы	Марковские процессы. Уравнения Колмогорова. Диффузионные марковские процессы и уравнения для их переходных вероятностей типа уравнения теплопроводности. Переход от динамической системы со случайными возмущениями к диффузионному случайному процессу.	

### 13.2 Разделы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные понятия теории случайных процессов	4	4		2	10
2	Элементы стохастического анализа	4	4		13	21
3	Стационарные случайные процессы	4	4		13	21
4	Марковские процессы	4	4		12	20
	Итого	16	16		40	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины «Теория случайных процессов» включает лекционные, практические занятия и самостоятельную работу обучающихся.

На первом занятии студент получает информацию для доступа к комплексу учебно-методических материалов.

На лекционных занятиях студенты знакомятся с основными понятиями курса, их логической взаимосвязью. Изучение тем начинается с лекций, которые составляют

основу теоретической подготовки студентов. Лекции читаются с использованием технических средств обучения

Практические занятия предназначены для формирования умений и навыков, закрепленных компетенций по ОПОП. Они организуются в виде работы над практико-ориентированными заданиями, домашние задания, собеседования, выполнение практических работ. Самостоятельная работа студентов включает в себя проработку учебного материала, разбор заданий практических заданий и анализ решения. Для успешного освоения дисциплины рекомендуется использовать материалы учебно-методических пособий по курсу, просматривать основную и дополнительную литературу по соответствующей теме, чтобы систематизировать изучаемый материал.

Промежуточная аттестация. В течение семестра обучающимся предлагается выполнить практико-ориентированные домашние задания. К промежуточной аттестации, проводимой на последнем занятии, представляются отчеты по практическим работам и обзор пройденного материала.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения следует выполнять все указания преподавателя по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

#### **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины**

*(список оформляется в соответствии с требованиями ГОС и ФГОС, используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)*

##### **а) основная литература:**

№ п/п	Источник
	<b>1.Свешников, Арам Арутюнович.</b> Прикладные методы теории случайных функций / А.А. Свешников .— М. : Наука, 1968 .— 463 с. : ил. — (Физико-математическая библиотека инженера) . <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
2	<b>Вентцель, Елена Сергеевна.</b> Теория случайных процессов и ее инженерные приложения : Учебное пособие для студ. вузов / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров .— 2-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 2000 .— 383 с. : ил. — (Высшая математика для вузов) .— ISBN 5-06-003831-9 : 50.00.. <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
3	Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учебное пособие / Б.Г. Володин [и др.] ; под общ. ред. А.А. Свешникова .— Изд. 3-е, перераб. — Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2007 .— 445 с. : ил., табл. — (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники. Математика) (Классические задачки и практикумы) .— Библиогр.: с. 350 - 355 .— ISBN 978-5-8114-0708-8.
4	<b>.Галажинская, О. Н.</b> Теория случайных процессов : учебное пособие / О. Н. Галажинская, С. П. Моисеева. — Томск : ТГУ, [б. г.]. — Часть 2 : Марковские процессы — 2016. — 126 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/106140">https://e.lanbook.com/book/106140</a> .

##### **б) дополнительная литература:**

№ п/п	Источник
	<b>5.Хрущева, И. В.</b> Основы математической статистики и теории случайных

	<p>процессов : учебное пособие / И. В. Хрущева, В. И. Щербаков, Д. С. Леванова. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 336 с. — ISBN 978-5-8114-0914-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/167790">https://e.lanbook.com/book/167790</a></p> <p>6. <b>Свешников, А. А.</b> Прикладные методы теории марковских процессов : монография / А. А. Свешников. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-0719-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/167711">https://e.lanbook.com/book/167711</a></p> <p>7. Теория случайных процессов : учебно-методическое пособие / составитель С. П. Моисеева. — Томск : ТГУ, [б. г.]. — Часть 2 : Марковские процессы — 2014. — 58 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/76727">https://e.lanbook.com/book/76727</a></p> <p>8. <b>Волков, Игорь Куприянович.</b> Случайные процессы : учебник для студ. вузов / И. К. Волков, С. М. Зуев, Г. М. Цветкова ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. — Изд. 2-е, стер. — М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. — 447 с. : ил. — (Математика в техническом университете ; Вып. 18). — Предм. указ.: с. 440-444. — Библиогр.: с. 438-439. — ISBN 5-7038-1573-8 ((в пер.)) , 1000 экз. — ISBN 5-7038-1270-4. <a href="https://lib.vsu.ru/zgate">https://lib.vsu.ru/zgate</a></p>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

#### в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
9	Электронная библиотека ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a>
10	Электронно-библиотечная система «Консультант студента». - Режим доступа: <a href="https://www.studentlibrary.ru">https://www.studentlibrary.ru</a>
11	Онлайн-курс, размещенный на LMS-платформе <a href="http://edu.vsu.ru">edu.vsu.ru</a> : «ТСП_1» <a href="http://course/view.php?id=657">course/view.php?id=657</a>
	Электронно-библиотечная система "Лань" <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>

#### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных) , курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1.	<b>Галажинская, О. Н.</b> Теория случайных процессов : учебное пособие / О. Н. Галажинская, С. П. Моисеева. — Томск : ТГУ, [б. г.]. — Часть 2 : Марковские процессы — 2016. — 126 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/106140">https://e.lanbook.com/book/106140</a>
2	<b>Хрущева, И. В.</b> Основы математической статистики и теории случайных процессов : учебное пособие / И. В. Хрущева, В. И. Щербаков, Д. С. Леванова. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 336 с. — ISBN 978-5-8114-0914-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/167790">https://e.lanbook.com/book/167790</a>
3	1. <b>Свешников, Арам Арутюнович.</b> Прикладные методы теории

случайных функций / А.А. Свешников .— М. : Наука, 1968 .— 463 с. : ил. — (Физико-математическая библиотека инженера) . <https://lib.vsu.ru/>

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

*При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная и т.д.), применяться дистанционные образовательные технологии в части освоения лекционного материала, самостоятельной работы по дисциплине или отдельным ее разделам.*

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале. Применяются разные типы лекций (вводная, обзорная, информационная, проблемная).

Информационные технологии для реализации учебной дисциплины:

- технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством служб (сервисов) по пересылке и получению электронных сообщений, в том числе, по сети Интернет а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.;
- сервис электронной почты для оперативной связи преподавателя и студентов.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, для организации самостоятельной работы обучающихся используется онлайн-курс, размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:** Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, использование средств мультимедиа для визуализации решения задач.

Местоположение	Перечень оборудования	Программное обеспечение
г. Воронеж, ул. Университетская площадь, д.1, главный учебный корпус, ауд.12	Учебная аудитория: специализированная мебель, Компьютеры, Мультимедиа-проектор, Доска магнитно-маркерная на стенде 2-сторонняя, Мультимедийная акустическая система	IntelliJ IDEA Community Edition (13 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Paskal ABC NET (13 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Jet Brains PyCharm Community Edition (13 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Anaconda (13 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Maxima (13 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Scilab (13 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) LibreOffice (13 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО)



		бесплатное ПО) NetBeans IDE (13 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Adobe Reader (13 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Microsoft Visual Studio Community Edition (13 шт.)
г. Воронеж, ул. Университетская площадь, д.1, главный учебный корпус, ауд.226	Учебная аудитория: специализированная мебель, Компьютеры, Мультимедиа-проектор, Аудио колонки, Микрофон, Экран для проектора, Маркерные панели	LibreOffice (свободное и/или бесплатное ПО) Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО) Notepad ++ (свободное и/или бесплатное ПО) 7-zip (свободное и/или бесплатное ПО) Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)
г. Воронеж, ул. Университетская площадь, д.1, учебный корпус 16, ауд.407	Учебная аудитория: специализированная мебель, Компьютеры, Интерактивная доска, Проектор	IntelliJ IDEA Community Edition (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Paskal ABC NET (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Jet Brains PyCharm Community Edition (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Anaconda (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Maxima (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Scilab (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) LibreOffice (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) NetBeans IDE (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Adobe Reader (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Microsoft Visual Studio Community Edition (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Notepad ++ (16 шт.) (свободное и/или

		бесплатное ПО) Free Pascal (16 шт.) (свободное и/или
г. Воронеж, ул. Университетская площадь, д.1, главный учебный корпус, ауд.124	Учебная аудитория: специализированная мебель, Компьютеры, Интерактивная доска, Мультимедиа-проектор	IntelliJ IDEA Community Edition (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Pascal ABC NET (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Jet Brains PyCharm Community Edition (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Anaconda (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Maxima (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Scilab (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) LibreOffice (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) NetBeans IDE (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Adobe Reader (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Microsoft Visual Studio Community Edition (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Notepad ++ (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО) Free Pascal (16 шт.) (свободное и/или бесплатное ПО)

#### 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Основные понятия теории случайных процессов	ПК-1.2 ПК-5.1	ПК-1.2	1. Отчет о выполнении практической работы
2	Элементы стохастического	ПК-1.2 ПК-5.1	ПК-1.2	1. Отчет о выполнении практической работы

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	анализа			2. Тест №1
3	Стационарные случайные процессы	ПК-1.2 ПК-5.1	ПК-5.1	1. Отчет о выполнении практической работы 2. Проверочная работа
4	Марковские процессы	ПК-1.2 ПК-5.1	ПК-5.1	1. Отчет о выполнении практической работы 2. Проверочная работа 3. Тест №2
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				Собеседование по отчетам о результатах выполнения практических заданий и контрольным вопросам по теоретическим разделам тем

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: Проверочные практические работы, Контрольные вопросы по теоретическим разделам текущих тем, Тестирование

#### Практические работы

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Описание технологии проведения. Решение практических заданий происходит в течение 1 часа 30 минут в учебной аудитории.

Примеры практических заданий:

<p>№1</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение случайного процесса.</li> <li>2. Свойства спектральной плотности.</li> <li>3. Проверить дифференцируемость случайного процесса со спектральной плотностью</li> </ol> $\frac{\sigma_x^2(\alpha^4 + (\omega^4 + \alpha^2))}{\omega^6 + \alpha^4}$ <ol style="list-style-type: none"> <li>4. Привести пример корреляционной функции стационарного случайного процесса.</li> </ol>	<p>№2</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение корреляционной функции случайного процесса.</li> <li>2. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов..</li> <li>3. Проверить дифференцируемость случайного процесса со спектральной плотностью</li> </ol> $\frac{\sigma_x^2(\alpha^2 + (\omega^2 + \alpha^2))}{(\omega^6 + \alpha^2)^2}$ <ol style="list-style-type: none"> <li>4. Привести пример случайного процесса.</li> </ol>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>№ 3.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение стационарного процесса.</li> <li>2. Свойства корреляционной функции.</li> <li>3. Проверить дифференцируемость случайного процесса с корреляционной функцией  <math display="block">K_x(\tau) = D_x \exp(-\alpha \tau ) \cos \beta\tau, \alpha &gt; 0</math></li> <li>4. Спектральные разложения.</li> </ol>	<p>№ 4</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение интеграла от случайной функции.</li> <li>2. Корреляционная функция интеграла от случайной функции.</li> <li>3. Проверить дифференцируемость случайного процесса с корреляционной функцией  <math display="block">K_x(\tau) = D_x \exp(-\alpha\tau^2) \cos \beta\tau, \alpha &gt; 0</math></li> <li>4. Свойства спектральной плотности.</li> </ol>
<p>№5</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Корреляционная функция производной от случайного процесса.</li> <li>2. Привести пример спектральной плотности.</li> <li>3. Проверить дифференцируемость случайного процесса с корреляционной функцией  <math display="block">K_x(\tau) = D_x \exp(-\alpha \tau ), \alpha &gt; 0</math></li> <li>4. Спектральная плотность производной от стационарного процесса.</li> </ol>	<p>№6</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Достаточное условие дифференцируемости</li> <li>2. случайного процесса.</li> <li>3. Установить стационарность производной от стационарного случайного процесса.</li> <li>4. Проверить дифференцируемость случайной функции со спектральной плотностью  <math display="block">\frac{\alpha \sigma_x^2 (\alpha^2 + \omega^2 + \beta^2)}{\pi ((\omega^2 + \alpha^2 + \beta^2)^2 - 4\beta^2 \omega^2)}</math></li> <li>5. Свойства дифференциалов <math>d\Phi_x(\omega)</math></li> </ol>

### Тестирование

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Описание технологии проведения. Средство контроля, организованное как решение задач и специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

#### Тест №1

1) Обладает или нет свойством стационарности производная от стационарного случайного процесса?

А) да В) нет

2) Для каких случайных процессов определения стационарности в широком и узком смысле совпадают ?

А) нормальных В) общего вида

3) Корреляционная функция стационарного случайного процесса четна?

А) да В) нет

4) Спектральная плотность стационарного случайного процесса имеет вид

$$S(\omega) = \frac{\sigma^2 \alpha^2}{\omega^2 + \alpha^2} .$$

А) Процесс дифференцируемый В) процесс недифференцируемый

5) Может ли обладать эргодическим свойством нестационарный случайный процесс?

А) да В) нет

6) Какие из функций переменной  $\tau$  можно рассматривать в качестве корреляционных функций стационарного случайного процесса

а)  $\sigma^2 \exp(\tau)$ ; б)  $\sigma^2 \frac{1}{\tau^2}$ ; в)  $\sigma^2 \exp(-\alpha \tau^2), \alpha > 0$  ?

7) Интеграл от стационарной случайной функции обладает свойством стационарности ?

А) нет В) да

8) Какой случайный процесс может быть представлен в виде интеграла Стильеса ?

А) стационарный В) общего вида.

9) Может ли иметь отрицательные ординаты спектральная плотность стационарного случайного процесса ?

А) да В) нет.

10) Для вещественных случайных процессов спектральная плотность четна.

А) да В) нет

11) Все законы распределения марковского случайного процесса могут быть однозначно выражены через двумерные законы распределения.

А) да В) нет.

12) К какому типу уравнений принадлежат уравнения Колмогорова ?

А) Параболическому В) Гиперболическому

13) Может ли случайный процесс быть одновременно марковским и стационарным ?

А) да В) нет.

14) Может ли обладать свойством стационарности решение неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами при нестационарной правой части?

А) может В) нет с) может при некоторых условиях

## Тест №2

1) Могут ли все законы распределения марковского случайного процесса быть однозначно выражены через двумерные законы распределения.

А) да В) нет.

2) К какому типу уравнений принадлежат уравнения Колмогорова ?

А) Параболическому В) Гиперболическому

3) Может ли случайный процесс быть одновременно марковским и стационарным ?

А) да В) нет.

4) Переход от уравнения Колмогорова к уравнению, описывающему марковский процесс является однозначным

А) да В) нет.

5) Как связаны коэффициенты уравнений Колмогорова с ординатами случайного процесса ?

А) с помощью условных моментов первого и второго порядков

В) с помощью условных моментов выше второго порядка

6) Каким условиям должны удовлетворять коэффициенты системы уравнений Колмогорова, чтобы многомерный марковский процесс одновременно является нормальным

А)  $b_{im}$  - постоянные величины, а коэффициенты  $a_i$  - линейные функции пространственных координат

В) коэффициенты  $a_i$  - линейные функции пространственных координат нет.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Контрольные вопросы по теоретическим разделам текущих тем

---

(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости)

Описание технологии проведения. Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

Тема: *«Свойства корреляционной функции»*

1. Определение корреляционной функции случайного процесса
2. Показать, что корреляционная функция комплексной случайной функции также является комплексной.
3. Доказать свойство симметрии корреляционной функции действительного случайного процесса.
4. Показать, что корреляционная функция не изменяется от прибавления к ней неслучайной величины или функции
5. Перечислить и доказать основные свойства корреляционной функции стационарного процесса
6. Привести примеры корреляционных функций для действительных стационарных случайных процессов

Тема: *Эргодическое свойство стационарных случайных процессов*

1. Понятие эргодического свойства.
2. Практическое значение эргодического свойства
3. Условие эргодичности по отношению к математическому ожиданию.
4. Какую величину интервала осреднения нужно выбирать для надежного определения математического ожидания и корреляционной функции случайного процесса, обладающего эргодическим свойством.

Тема: *Дифференцирование и интегрирование случайных функций*

1. 1.Определение предела случайного процесса в среднем квадратическом
2. Условие непрерывности случайного процесса.
3. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости случайного процесса
4. Условие дифференцируемости стационарного процесса
5. Обладает или нет свойством стационарности производная от стационарного процесса?
6. Как связаны математические ожидания случайного процесса и его производной?
7. Как связаны корреляционные функции случайного процесса и его производной?
8. Определение интеграла от случайного процесса
9. Условие интегрируемости случайного процесса
10. Обладает или нет свойством стационарности интеграл от стационарного случайного процесса?

Тема : *Спектральные разложения*

1. .К каким случайным процессам применимы спектральные разложения?

2. Определение спектрального разложения
3. Свойства дифференциалов  $d\Phi(\omega)$
4. Свойства спектральной плотности
5. Связь между спектральной плотностью и корреляционной функцией
6. Понятие « белого шума »
7. Привести примеры функций , которые можно рассматривать как спектральные плотности стационарных случайных функций.

Тема: *Спектральная плотность линейной комбинации стационарной случайной функции и ее производных. Стационарное решение дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.*

1. Спектральная плотность производной от стационарного процесса
2. Как проверить дифференцируемость стационарного случайного процесса с помощью его спектральной плотности?
3. Установить зависимость между спектральной плотностью случайного процесса  $Z(t) = P_m(p)X(t)$ , где  $X(t)$  - стационарный случайный процесс,  $P_m(p)$ -полином степени  $m$  от оператора  $p = \frac{d}{dt}$  и спектральной плотностью  $S_x(\omega)$ .
4. Сформулировать условия, при которых существует стационарное решение  $Y(t)$  дифференциального уравнения  $P_m(p)Y(t) = Q_n(p)X(t)$ , где  $X(t)$  - стационарный случайный процесс,  $P_m(p), Q_n(p)$ -полиномы степени  $m$  и  $n$  с постоянными неслучайными коэффициентами от оператора  $p = \frac{d}{dt}$ .
5. Найти спектральную плотность  $S_y(\omega)$  стационарного решения дифференциального уравнения  $P_m(p)Y(t) = Q_n(p)X(t)$
6. Используя правило построения спектральной плотности производной  $n$ -го порядка, от стационарного процесса, привести примеры линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами , имеющие решение.

Тема

### **Определение корреляционной функции решения неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами при нестационарной правой части**

1. Привести примеры случайных процессов  $Z(t)$  , для которых удается получить частный интеграл дифференциального уравнения  $P_m(p)Y(t) = Z(t)$  при нулевых начальных условиях. Здесь  $P_m(p)$ -полином степени  $m$  с постоянными неслучайными коэффициентами от оператора  $p = \frac{d}{dt}$ .
2. Привести пример случайной функции  $Z(t)$  , приводящей к стационарности частного интеграла дифференциального уравнения  $P_m(p)Y(t) = Z(t)$  при нулевых начальных условиях.
3. Привести общий вид решения дифференциального уравнения  $P_m(p)Y(t) = Z(t)$  , когда начальные условия являются случайными величинами

Тема: *Вероятностные характеристики решений системы линейных уравнений*

1. Алгоритм построения вероятностных характеристик решения системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными

коэффициентами  $\frac{dY_j(t)}{dt} + \sum_{m=1}^n a_{jm} Y_m(t) = X_j(t), j \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Здесь функции  $X_j(t)$

стационарны и стационарно связаны, а начальные условия нулевые.

2. Почему при исследовании вероятностных характеристик решений системы  $n$  дифференциальных уравнений не целесообразно сводить ее к одному уравнению  $n$ -го порядка?

Оценка	Критерии оценок
зачтено	Знает основные положения теории случайных функций и ее прикладные возможности. Умеет: проводить первичный анализ накопленного отечественного и международного научного материала для построения и анализа моделей со случайными параметрами Владеет основами методов теории стационарных, гауссовских и марковских процессов для решения прикладных задач.
Не зачтено	Знает основные положения теории случайных функций и ее прикладные возможности. Но не умеет проводить первичный анализ накопленного отечественного и международного научного материала для построения и анализа моделей со случайными параметрами; не владеет основами методов теории стационарных, гауссовских и марковских процессов для решения прикладных задач.

**20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ:**

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1) Обладает или нет свойством стационарности в широком смысле производная от стационарного случайного процесса?

А) да.

**Так как математическое ожидание производной от стационарного случайного процесса равно нулю, а вторая производная от корреляционной функции зависит от одной переменной.**

В) нет

2) Для каких случайных процессов определения стационарности в широком и узком смысле совпадают ?

А) нормальных .



**Для них математическое ожидание постоянно, все моменты нечетных порядков равны нулю, а моменты четных порядков выражаются через момент второго порядка, зависящий только от разности между аргументами**

В) общего вида

3) Корреляционная функция действительного стационарного случайного процесса четна?

А) да

**Так как из определения корреляционной функции следует ее симметричность, приводящая в стационарном случае к четности.**

В) нет

4) Спектральная плотность стационарного случайного процесса имеет вид

$$S(\omega) = \frac{\sigma^2 \alpha^2}{\omega^2 + \alpha^2} \quad S(\omega) = \frac{\sigma^2 \alpha^2}{\omega^2 + \alpha^2}$$

А) Процесс дифференцируемый

В) процесс не является дифференцируемым

**Так как выполняется условие**  $\lim_{|\omega| \rightarrow \infty} \omega^2 S(\omega) \neq 0$   $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 S(\omega) \neq 0$

5) Может ли обладать эргодическим свойством нестационарный случайный процесс?

А) да

В) нет

**Так как статистические свойства меняются с изменением аргумента и отдельные куски реализации нельзя считать различными реализациями, отвечающими одинаковым условиям опыта**

6) Какие из функций переменной  $\tau$  можно рассматривать в качестве корреляционных функций стационарного случайного процесса

а)  $\sigma^2 \exp(\tau)$ ;  $\sigma^2 \exp(\tau)$

б)  $\sigma^2 \frac{1}{\tau^2}$ ;  $\sigma^2 \frac{1}{\tau^2}$

с)  $\sigma^2 \exp(-\alpha \tau^2), \alpha > 0$   $\sigma^2 \exp(-\alpha \tau^2), \alpha > 0$

**Функция четна, достигает максимума в нуле и стремится к нулю при стремлении  $\tau$  к бесконечности**

7) Интеграл от стационарной случайной функции обладает свойством стационарности?

А) нет

**Так как математическое ожидание интеграла от стационарного случайного процесса не является постоянным, а корреляционная функция не отразности между моментами времени, а от каждого аргумента в отдельности**

В) да

8) Какой случайный процесс может быть представлен в виде интеграла Стильеса?

А) стационарный в широком смысле

**Когда корреляционная функция удовлетворяет условию**

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |K(\tau)| d\tau < \infty \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |K(\tau)| d\tau < \infty$$

В) общего вида.

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Определение и свойства корреляционной функции случайного процесса
2. Понятие эргодического свойства. Его практическое значение.
3. Определение предела случайного процесса в среднем квадратическом
4. Определение интеграла от случайного процесса

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.

